Curso 2000-2001

# EJERCICIOS.NET

OPCIÓN B

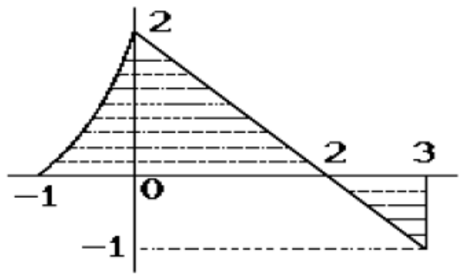
## SELECTIVIDAD – MATEMÁTICAS II - ANDALUCÍA

**Modelo 2 - Junio** | Mikel Gil

**Ejercicio 1.** **[2'5 puntos]** De la función $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ se sabe que $f''(x) = x^2+2x+2$ y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto $P(1,2)$. Halla la expresión de $f$.

---

**Ejercicio 2.** **[2'5 puntos]** Halla el área del recinto rayado que aparece en la figura adjunta sabiendo que la parte curva tiene como ecuación $y = \dfrac{2x+2}{1-x}$




---

**Ejercicio 3.** **[2'5 puntos]** Calcula $a$ sabiendo que los planos

$$ax+y-7z=-5 \quad \text{y} \quad x+2y+a^2z=8$$

se cortan en una recta que pasa por el punto $A(0,2,1)$ pero que no pasa por el punto $B(6,-3,2)$.

---

**Ejercicio 4.** Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

**(a)** **[1 punto]** Siendo $I$ la matriz identidad $3\times 3$ y $O$ la matriz nula $3\times 3$, prueba que $A^3+I=O$.

**(b)** **[1'5 puntos]** Calcula $A^{10}$.

1º $f''(x) = x^2+2x+2$ M2B-01

Tg en $P(1,2) \Rightarrow f'(1)=0$ y $f(1)=2$

$\Rightarrow f'(x) = \int f''(x)dx$ ($T.^{ma}$ fundamental del cálculo integral)

$= \int (x^2+2x+2)\,dx = \frac{x^3}{3} + x^2 + 2x + k$

$\Rightarrow f'(1)=0 = \frac{1}{3} + 1 + 2 + k = 0 \Rightarrow \frac{1+3+6}{3} = -k$

$k = -10/3 \Rightarrow f'(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + 2x - \frac{10}{3}$

Aplicamos el $t^{ma}$ otra vez:

$f(x) = \int f'(x)dx = \int (\frac{x^3}{3} + x^2 + 2x - \frac{10}{3})dx = \frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{3} + x^2 - \frac{10x}{3} + C$

$f(1) = 2 = \frac{1}{12} + \frac{1}{3} + 1 - \frac{10}{3} + C = 2$

$\Rightarrow C = 47/12 \Rightarrow f(x) = x^4/12 + x^3/3 + x^2 - 10x/3 + 47/12$

2º Calculamos la recta que pasa por $(0,2)$ y $(2,0)$

$\frac{x-2}{2-0} = \frac{y-0}{0-2} \Rightarrow -y = x-2 \Rightarrow y = 2-x$

$\Rightarrow$ Area $= \int_{-1}^{0} [(2x+2)(1-x)]\,dx + \int_0^2 (2-x)\,dx - \int_2^3 (2-x)\,dx$

$= \ldots = 4\ln(2) + 1/9\ u^2$

3º $\begin{vmatrix} a & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow 2a-1 \neq 0 \Rightarrow a \neq 1/2$

$(0,2,1) \in ar \Rightarrow 4+a^2 = 8 \Rightarrow \ldots a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$

$(6,-3,2) \notin ar \Rightarrow 6-6+2a^2 = 8 \Rightarrow a \neq 2$ y $a \neq \pm 2$

$\Rightarrow a \neq -2$

4º a) $A^2 = A\cdot A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}$

$A^3 = A^2\cdot A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ -1 & -3 & -3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^3 + I = O^3$

b) $A^{10} = A^3\cdot A^3\cdot A^3\cdot A = (-I)\cdot(-I)\cdot(-I)\cdot A = -A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & -4 \\ -1 & 4 & 5 \\ 1 & -3 & -4 \end{pmatrix}$

Mikel Gil