Curso 2000-2001

EJERCICIOS.NET

OPCIÓN A

SELECTIVIDAD – MATEMÁTICAS II - ANDALUCÍA

Modelo 5 - Junio | Mikel Gil

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{1-x} & \text{si} \quad x < 0 \\ 1 - mx - x^2 & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$$

(a) [**1'25 puntos**] Determina m sabiendo que f es derivable.

(b) [**1'25 puntos**] Calcula $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx$.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Un hilo de alambre de 1 m. de longitud se corta en dos trozos formando con uno de ellos una circunferencia y con el otro un cuadrado. Prueba que la suma de las áreas es mínima cuando el lado del cuadrado es el doble que el radio de la circunferencia.

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] Resuelve el sistema de ecuaciones, dado en forma matricial, $AX = -AX + B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4. Considera el plano $2x + y + 2z - 4 = 0$.

(a) [**1'75 puntos**] Halla el área del triángulo cuyos vértices son los puntos de corte del plano dado con los ejes coordenados.

(b) [**0'75 puntos**] Calcula la distancia del origen al plano dado.

1º $f(x) = \begin{cases} 1/1-x & si \quad x<0 \\ 1-mx-x^2 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$ MSA-01

a) m? f es derivable.

$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1/(1-x)^2 & si \quad x<0 \\ -m-2x & si \quad x\geq 0 \end{cases}$ $f'(0) = f'(0^+) = f'(0^-)$

$f'(0^-) = \lim_{x\to 0^-} f(x) = 1/1 = 1$ | $m=-1$

$f'(0^+) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = -m$ | $\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1/1-x & si \quad x<0 \\ 1+x-x^2 & si \quad x\geq 0 \end{cases}$

b) $\int_{-1}^{1} f(x) = \int_{-1}^{0} (1/1-x) dx + \int_0^1 (1+x-x^2)dx = -\ln(1-x)\Big]_{-1}^{0} + (x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\Big]_0^1$

$= -\ln(1) + \ln(2) + 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \ln(2) + \frac{7}{6}$

2º $a+b=1$ $a = 2\pi \cdot r$ $b = 4l$

$l = \frac{b}{4} = 2r = \frac{2a}{2\pi}$. $b = \frac{4a}{\pi}$

$A = Área_T = \pi r^2 + b^2/16 = a^2 (1/(4(1/4\pi) + 1/\pi^2))$

$A'(a) = 2a [1/4\pi + 1/\pi^2] = 0 \Rightarrow a = 0$

$A''(a) = 2 \cdot [1/4\pi + 1/\pi^2] > 0 \Rightarrow$ es mínimo.

3º $A \cdot X = -AX + B \Rightarrow 2AX = B \Rightarrow 2A^{-1}A \cdot X = A^{-1}B$

$X = \frac{A^{-1}B}{2}$ $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 11 \neq 0$ $A^{-1} = 1/|A| \cdot [\mathrm{adj} A]^t$

$(\mathrm{adj} A)^t = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 7 & 10 & 1 \\ -4 & -1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3/11 & -2/11 & 2/11 \\ 7/11 & 10/11 & 1/11 \\ -4/11 & -1/11 & 1/11 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow X =$ multiplicando ... $= \begin{pmatrix} -3/22 \\ 48/22 \\ -7/22 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} -3/22 \\ 24/11 \\ -7/22 \end{pmatrix}$ Solución

4º. A corte de $\pi = 0$ con $y=0, z=0$ $A(2,0,0)$ Del mismo modo

$B(0,4,0)$ y $C(0,0,2)$. $AB = (-2,4,0)$ y $AC = (-2,0,2)$

Área: $AB \times AC = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (8,4,8)$

$A = 1/2 \cdot |AB \times AC| = 1/2 \sqrt{8^2+4^2+8^2} = 6\ u^2$

b) $d(0,\pi) = d(0,M)$, $M = r \cap \pi \Rightarrow 2(2\lambda) + \lambda + 4\lambda + (-4) = 0 \Rightarrow \lambda = 4/9$

$d(0,\pi) = |OM| = \sqrt{(\frac{8}{9})^2 + (\frac{4}{9})^2 + (\frac{8}{9})^2} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}\ u.$ Mikel Gil