Curso 2000-2001

EJERCICIOS.NET

OPCIÓN B

SELECTIVIDAD – MATEMÁTICAS II - ANDALUCÍA

Modelo 5 - Junio | Mikel Gil

Ejercicio 1. Considera la función $f : [0,4] \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} 4x & \text{si} \quad 0 \le x \le 1 \\ \dfrac{16}{(x+1)^2} & \text{si} \quad 1 < x < 3 \\ 4 - x & \text{si} \quad 3 \le x \le 4 \end{cases}$$

(a) [**1 punto**] Esboza la gráfica de f.

(b) [**1'5 puntos**] Halla el área del recinto limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Ejercicio 2. [**2'5 puntos**] Considera la función $f : [0,3] \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 2$. Calcula el punto de la gráfica de f más cercano al punto $(2,6)$ y calcula también el más alejado.

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] Determina todos los puntos del plano $2x - y + 2z - 1 = 0$ que equidistan de los puntos $A(3,0,-2)$ y $B(1,2,0)$. ¿Qué representan geométricamente?

Ejercicio 4. Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$

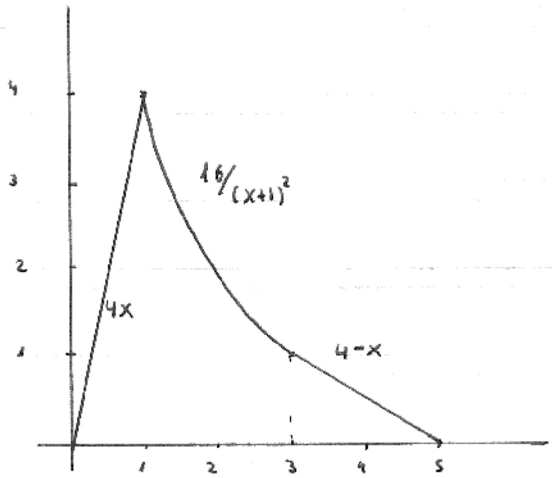
(a) [**1 punto**] Determina para qué valores del parámetro λ la matriz A no tiene inversa.

(b) [**1'5 puntos**] Calcula, si es posible, la matriz inversa de A para $\lambda = -2$.

1º a) Única dificultad el representar $\frac{16}{(x+1)^2}$ MSB-01

x	y
0	16
3	1
1	4
-3	4

$y = 4x$ $y = 4 - x$



b) Área: $\int_1^4 f(x) = \int_0^1 4x\,dx + \int_1^3 \frac{16}{(x+1)^2}\,dx + \int_3^5 (4-x)\,dx =$

$= 2x^2]_0^1 + (-16/(x+1)]_1^3 + (4x - x^2/2]_3^5 = \dots = \frac{13}{2}\ u^2$

2º $f(x) = 3x-2$ $[0,3]$

X punto de $f(x) \Rightarrow d(A,X)$ $X(x,y) = (x, 3x-2)$

$AX = (x-2, 3x-2-6) = (x-2, 3x-8)$

$d(A,X) = |AX| = \sqrt{(x-2)^2+(3x-8)^2} = d(x)$

$d'(x) = \frac{10x-25}{\sqrt{(x-2)^2+(3x-8)^2}} = 0 \Rightarrow 10x-25=0 \Rightarrow x = 5/2$

$\Rightarrow X(5/2, 11/2)$

Máximo o mínimo: $d''(5/2) = \dots > 0 \Rightarrow$ mínimo $\Rightarrow$ es el más cercano. Para calcular el más alejado tomaríamos el $(0,-2)$ y $(3,7)$ y estudiamos las distancias, resultando como más alejado el $(0,-2)$

Mikel Gil

3º Punto genérico del plano $X(x,y,z)$

$d(A,X) = d(B,X) \Rightarrow |AX| = |BX|$

$|AX| = (x-3, y, z+2)$, $|BX| = (x-1, y-2, z)$

$\Rightarrow \sqrt{(x-3)^2+y^2+(z+2)^2} = \sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2+z^2} \Rightarrow -4x+4y+4z+8=0$

ó $-x+y+z+2=0$

Sol: $\left.\begin{array}{l} -x+y+z+2=0 \\ 2x-y+2z-1=0 \end{array}\right\}$ recta

4º a) $\begin{vmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 1 & \lambda \\ 0 & \lambda & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda = \pm 1$

$A^{-1} \exists \ \forall \lambda \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

b) Para $\lambda = -2$ calcular A^{-1}

$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \frac{1}{|A|} [\mathrm{adj} A]^t$

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 1+2\cdot2-(4+4) = 1+4-8 = -3$

Para adj(A):

$a_{11} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -3 \quad a_{12} = -\begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 2, \quad a_{13} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = 4$

$a_{21} = -\begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad a_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \quad a_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -2 \end{vmatrix} = 2$

$a_{31} = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 3 \quad a_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{vmatrix} = 0 \quad a_{33} = \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -3$

$\mathrm{adj}(A) = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \mathrm{adj}(A)^t = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2/3 & -1/3 & 0 \\ -4/3 & -2/3 & 1 \end{pmatrix}$