Curso 2000-2001

EJERCICIOS.NET

OPCIÓN A

SELECTIVIDAD – MATEMÁTICAS II - ANDALUCÍA

Modelo 6 - Junio | Mikel Gil

Ejercicio 1. Considera la función $f : (-\infty, 10) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} a^x - 6 & \text{si} \quad x < 2 \\ |x-5| & \text{si} \quad 2 \leq x < 10 \end{cases}$$

(a) [**1 punto**] Determina el valor de a sabiendo que f es continua (y que $a > 0$).

(b) [**0'5 puntos**] Esboza la gráfica de f.

(c) [**1 punto**] Estudia la derivabilidad de f.

Ejercicio 2.

(a) [**0'5 puntos**] Dibuja el recinto limitado por la curva $y = \dfrac{1}{2} + \cos x$, los ejes de coordenadas y la recta $x = \pi$.

(b) [**2 puntos**] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 3. [**2'5 puntos**] Determina a, b y c sabiendo que la matriz

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & b & c \end{pmatrix} \qquad \text{verifica:} \qquad A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{y} \qquad \text{rango}(A) = 2.$$

Ejercicio 4. [**2'5 puntos**] Considera los tres planos siguientes:

$$\pi_1 \equiv x + y + z = 1, \quad \pi_2 \equiv x - y + z = 2 \quad \text{y} \quad \pi_3 \equiv 3x + y + 3z = 5$$

¿Se cortan π_1 y π_2?, ¿Hay algún punto que pertenezca a los tres planos?

1º a) Para que f sea continua M6A-01

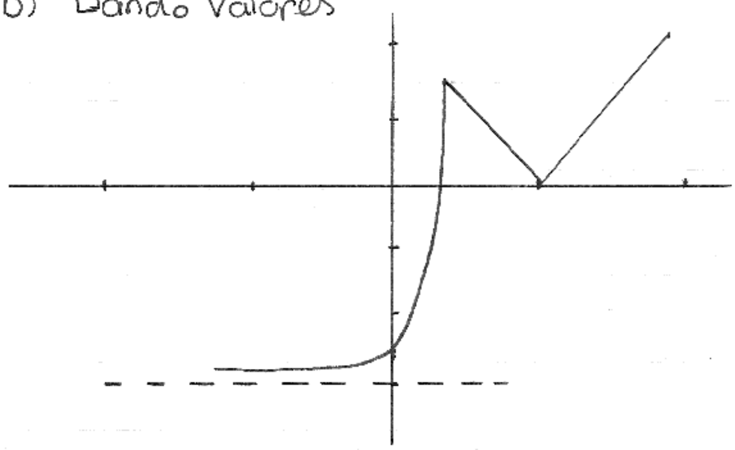
Redefinimos f sin el valor absoluto $f(x) = \begin{cases} a^x - 6 & si \quad x < 2 \\ -x+5 & si \quad 2 \leq x < 5 \\ x-5 & si \quad 5 \leq x \leq 10 \end{cases}$

Se tiene que cumplir $f(2) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^-} f(x)$

$\lim_{x \to 2^+} f(x) = \lim_{x \to 2^+} (-x+5) = 3$, $\lim_{x \to 2^-} f(x) = \lim_{x \to 2^-} (a^x - 6) = a^2 - 6$

$\Rightarrow 3 = a^2 - 6 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = \pm 3 \quad . \quad a = 3$ //

b) Dando valores



c) Derivabilidad en 2 y 5

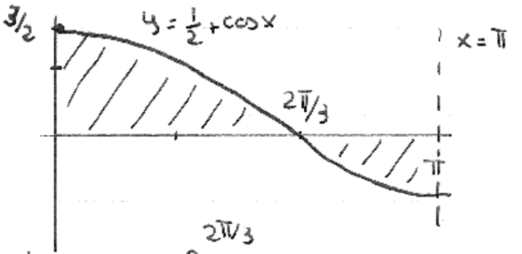
$f'(x) = \begin{cases} 3^x \ln(3) & si \quad x < 2 \\ -1 & si \quad 2 < x < 5 \\ 1 & si \quad 5 < x < 10 \end{cases}$

$f'(2^-) = \lim_{x \to 2^-} f(x) = 9 \ln 3$

$f'(2^+) = \lim_{x \to 2^+} f(x) = -1$

$f'(2^-) \neq f'(2^+) \Rightarrow$ No derivable en $x = 2$. En $x = 5$, $f'(5^-) = -1$, $f'(5^+) = 1 \Rightarrow$ Tampoco

2º a) $y = \frac{1}{2} + \cos x$ y $x = \pi$



Corte con el eje x: $-\frac{1}{2} = \cos x$

$\Rightarrow x = 2\pi/3$

Área: $\int_0^{2\pi/3} (\frac{1}{2} + \cos x) dx - \int_{2\pi/3}^{\pi} (1/2 + \cos x) dx =$

$= \left(\frac{x}{2} - sen x \right]_0^{2\pi/3} - \left(x/2 - sen x \right]_{2\pi/3}^{\pi} = \cdots = \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \ u^2$

Mikel Gil

3º $\begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & a & 2 \\ -1 & b & c \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 7+2a \\ -1+2b+3c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} \Rightarrow \quad 9 = 7+2a \Rightarrow a = 1$

$-1+2b+3c = 4 \Rightarrow 2b+3c = 5$

$Rg A = 2 \Rightarrow \Rightarrow |A| = 0 \Rightarrow \quad -4c+7b-1 = 0$

Resolvemos el sistema: $2b = 5-3c \Rightarrow b = \frac{5-3c}{2}$

$-4c + 7\left(\frac{5-3c}{2}\right) = 1$

$-4c + \frac{35}{2} - \frac{21c}{2} = 1 \Rightarrow \left(-4-\frac{21}{2}\right)c = 1 - \frac{35}{2}, \quad \frac{-8-21}{\cancel{2}} c = \frac{2-35}{\cancel{2}}$

$-29c = -33 \Rightarrow c = 33/29$

$\Rightarrow b = \frac{5 - 99/29}{2} = \frac{\frac{145}{29}}{2} = \frac{145}{2 \cdot 29}$

4º $\vec{n_1} = (1,1,1)\ \pi_1, \quad \vec{n_2} = (1,-1,1)\ \pi_2, \quad \vec{n_3} = (3,1,3)\ \pi_3$

π_1 y π_2: $\left.\begin{array}{l} x+y+z=1 \\ x-y+z=2 \end{array}\right\}$ recta

Para que π_1, π_2 y π_3 el $\det(\vec{n_1}.\vec{n_2}.\vec{n_3}) \neq$

$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ Por tanto no se cortan en un punto.