Curso 2000-2001

EJERCICIOS.NET

OPCIÓN B

SELECTIVIDAD – MATEMÁTICAS II - ANDALUCÍA

Modelo 6 - Junio | Mikel Gil

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Calcula el área encerrada entre la curva $y = x^3 - 4x$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina α sabiendo que existe y es finito el límite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - e^{-x} + \alpha x}{x - \text{sen}(x)}$$

Calcula dicho límite.

Ejercicio 3.

(a) [1'5 puntos] Clasifica el siguiente sistema según los valores del parámetro m

$$\left.\begin{array}{rl} 2x + my & = 0 \\ x + \quad mz & = m \\ x + y + 3z & = 1 \end{array}\right\}$$

(b) [1 punto] Resuelve el sistema anterior para $m = 6$.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos $A(1, 2, 3)$, $B(3, 2, 1)$ y $C(2, 0, 2)$. Halla el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano que contiene a A, B y C.

1º a) Calculamos los cortes con los ejes M6B-01

$x^3 - 4x = 0 \Rightarrow x(x^2-4) = 0 \Rightarrow x = 0$ y $x = \pm 2$

$\Rightarrow$ Área $= \int_{-2}^{0} (x^3-4x)dx - \int_{0}^{2}(x^3-4x)dx =$

$= \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{-2}^{0} - \left(\frac{x^4}{4} - 2x^2 \right]_{0}^{2} =$

$= -4 + 8 - 4 + 8 = 8\ u^2$

2º $\lim_{x\to 0} \frac{(e^x - e^{-x} + \alpha x)}{x - \operatorname{sen} x} = \left(\frac{0}{0}\right)$ L'Hôpital

$\lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x} + \alpha}{1 - \cos x} = \frac{2+\alpha}{0} \Rightarrow \alpha + 2 = 0 \Rightarrow \alpha = -2$

$= \left(\frac{0}{0}\right) \Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{e^x - e^{-x}}{+\operatorname{sen} x} = \left(\frac{0}{0}\right)$, L'Hôpital

$= \lim_{x\to 0} \frac{e^x + e^{-x}}{\cos x} = \frac{1+1}{1} = 2$

3º $A = \begin{pmatrix} 2 & m & 0 \\ 1 & 0 & m \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & m & 0 & 0 \\ 1 & 0 & m & m \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right)$

$\det(A) = |A| = 0 \Rightarrow -5m + m^2 = 0 \Rightarrow m(m-5) = 0$

$\Rightarrow m = 0$ y $m = 5$ Si $m \neq 0,5$ $RgA = RgA^* = 3$. S.C.D.

Si $m = 0$, $RgA = 2$, $RgA^* = 2 \Rightarrow$ Sist. comp. indeterminado

Si $m = 5$, $RgA = 2$, $RgA^* = 3 \Rightarrow$ Sistema incompatible.

b) Resolver para $m = 6 \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $A^* = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 6 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \end{array}\right)$

Por Cramer: $|A| = -30$

$x = \frac{\begin{vmatrix} 0 & 6 & 0 \\ 6 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|} = \frac{17}{5}$, $y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}}{|A|} = -\frac{4}{5}$, $z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}}{|A|} = -\frac{3}{5}$

$\Rightarrow (x, y, z) = (17/5, -4/5, -3/5)$

Mikel Gil

4º $\quad AB = (2,0,-2) \qquad AC = (1,-2,-1)$

π pasa por A y // a $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$

$$\pi = 0 = \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-3 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -4x - 4z + 16 = 0$$

$\pi: \quad x + z = 4 \qquad \vec{v_r} = \vec{n_\pi} = (1,0,1)$

r en paramétricas: $x = \lambda, \; y = 0, \; z = \lambda$

$B = r \cap \pi$

$(\lambda) + (\lambda) = 4 \Rightarrow 2\lambda = 4 \Rightarrow \lambda = 2$

$B(2,0,2)$ B es el punto medio de OO'

$$\Rightarrow (2,0,2) = \left(\frac{0+x}{2}, \frac{0+y}{2}, \frac{0+z}{2} \right) \Rightarrow x = 4, y = 0, z = 4$$

$\Rightarrow O'(4,0,4)$