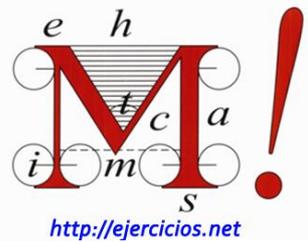


Funciones

Monotonía de una función



Dada la función:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Calcula a , b , c , d para que presente un máximo relativo en el punto $(1, 2)$ y un mínimo en $(-1, -2)$. Con esos valores estudia el crecimiento y decrecimiento de la función.

Solución:

La función:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

cuyo dominio es \mathbb{R} y su derivada :

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

verifican:

$$\left\{ \begin{array}{l} P(1,2): \\ P(-1,-2): \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} f(1) = 2 \\ f'(1) = 0 \\ f(-1) = -2 \\ f'(-1) = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a + b + c + d = 2 \\ 3a + 2b + c = 0 \\ -a + b - c + d = -2 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{array} \right. \Rightarrow a = -1; b = 0; c = 3; d = 0$$

La función resultante es:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Resultan evidentes las siguientes conclusiones:

Para que en $x = -1$ haya mínimo: Si $x < -1$ la función ha de ser decreciente y para $-1 < x < 1$ la función ha de ser creciente

Para que en $x = 1$ haya máximo: Si $-1 < x < 1$ la función ha de ser creciente y para $x > 1$ la función ha de ser decreciente.